

双3次Bスプラインを用いた地層境界面推定のための節点配置方法

野々垣 進*・升本 眞二**・根本 達也**

Knots Arranging Method for Estimation of Geological Boundary Surface using Bi-Cubic B-Spline

Susumu NONOGAKI*, Shinji MASUMOTO**, and Tatsuya NEMOTO**

* 国立研究開発法人産業技術総合研究所 National Institute of Advanced Industrial Science and Technology, Central 7, 1-1-1 Higashi, Tsukuba, Ibaraki 305-8567, Japan.

E-mail: s-nonogaki@aist.go.jp

** 大阪市立大学大学院理学研究科地球学教室 Department of Geosciences, Graduate School of Sciences, Osaka City University, 3-3-138 Sugimoto, Sumiyoshi-ku, Osaka 558-8585, Japan.

キーワード：節点，地層境界面，Bスプライン

Key words : Knots, Geological boundary surface, B-Spline,

1. はじめに

近年，減災・防災の観点から，地下浅部の地質構造に対する関心が高まっている．地下浅部の地質構造解析には，しばしばサーフェースモデルで表現した3次元地質モデルが利用される．サーフェースモデルによる3次元地質モデルの精度は，その主たる構成要素である地層境界面の推定精度に大きく依存する．このため，地質構造解析の高精度化には，地層境界面推定の高精度化が必要である．

野々垣ほか(2015)は，野々垣ほか(2008)の手法を基に，任意の位置に配置した節点で定義される双3次Bスプラインにより地層境界面を表現し，標高データや走向・傾斜データから面の形状を推定する手法を提案した．この手法は，面の滑らかさと測定データの充足度とのバランスを調節できるという野々垣ほか(2008)の手法の特徴に加えて，節点の位置を自由に決定できるという特徴をもつ．したがって，測定データの分布に応じた節点の適切な配置方法を確立できれば，境界面推定の高精度化を期待できる．しかし，現状，節点の配置方法については十分に検討されていない．

本研究では，野々垣ほか(2015)の手法による地層境界面推定の高精度化を目指して，測定データの分布に基づく節点の配置方法を検討した．本発表では，検討した配置方法と，それを用いた推定例について述べる．

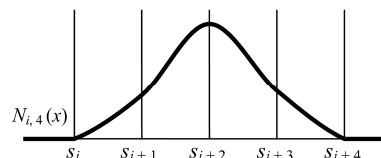
2. 地層境界面の推定原理

地層境界面の推定原理の概要を以下に記す．

2.1 Bスプライン

Bスプラインは，特定の区間でのみ0でない値をもつ，区分的多項式関数である． $(k-1)$ 次(k 階)の正規化Bスプライン $N_{i,k}(x)$ は次式で求められる (de Boor, 1972; Cox, 1972) :

$$N_{i,1}(x) = \begin{cases} 1 & (s_i \leq x < s_{i+1}) \\ 0 & (x < s_i, s_{i+1} \leq x) \end{cases}$$
$$N_{i,k}(x) = \frac{s_{i+k} - x}{s_{i+k} - s_{i+1}} N_{i+1,k-1}(x) + \frac{x - s_i}{s_{i+k-1} - s_i} N_{i,k-1}(x)$$



第1図 3次(4階)のBスプライン $N_{i,4}(x)$.

ここで， s_i は $N_{i,k}(x)$ が0でない値となる区間を構成する節点座標のうち，最小のものを表す．3次(4階)の正規化Bスプライン $N_{i,4}(x)$ は5つの節点座標 s_{i+k} ($k=0, 1, 2, 3, 4$) によって定義され， $[s_i, s_{i+4}]$ でのみ0でない値をとる(第1図)．本研究では，これらの節点座標をどのように決定するかに焦点を当てる．

2.2 双3次Bスプラインによる地層境界面の表現

地層境界面は領域 $\Omega = \Omega_x \times \Omega_y = [x_{\min}, x_{\max}] \times [y_{\min}, y_{\max}]$ において，連続な一価関数 $z = f(x, y)$ で表現できると仮定する．領域 Ω_x と Ω_y をそれぞれ M_x 個と M_y 個の区間に分割するように， Ω_x の内外に $M_x + 7$ 個， Ω_y の内外に $M_y + 7$ 個の節点を設ける．このとき，領域 Ω 内の地層境界面 $f(x, y)$ は次式で表現できる：

$$f(x, y) = \sum_{i=1}^{M_x+3} \sum_{j=1}^{M_y+3} c_{ij} N_{i,4}(x) N_{j,4}(y)$$

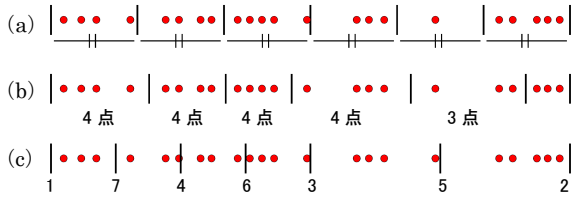
ここで， c_{ij} は未知係数， $N_{i,4}(x)$ と $N_{j,4}(y)$ は，それぞれ x 軸方向と y 軸方向の正規化3次Bスプラインである．

2.3 最適な地層境界面の決定

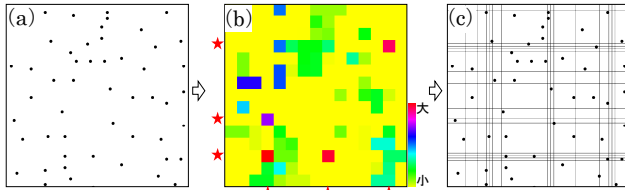
外点ペナルティ関数法を用いて拡大目的関数：

$$Q(f; \alpha) = J(f) + \alpha R(f)$$

を定義する．ここで， f は前述の双3次Bスプラインである． $J(f)$ は面 f の1次・2次偏導関数の定積分であり，面の滑らかさを評価する汎関数である． $R(f)$ は面 f と測定データとの残差の2乗平均であり，測定データの充足度を評価する汎関数である． α は2つの汎関数の重みを調節するパラメータである． $Q(f; \alpha)$ を最小とする面 f が最適な地層境界面となる．



第2図 節点座標の決定方法の概念図。(a)方法1, (b)方法2, (c)方法3. 赤色丸印は基準座標, 黒色縦線は節点の位置を表す. 基準座標の分布は全て同じである.(c)では節点位置の下に記した数字の順番に, 節点座標を決定する.



第3図 測定データの分散を利用した節点座標の決定方法(方法4)の概念図。(a)データ分布, (b)分散, (c)節点配置.(a)から(c)の順に処理を進める.(b)の星印は, x軸方向, y軸方向それぞれから見たときに分散が大きい箇所を示す.(c)では, 格子線の位置が節点の位置を表す.

3. 節点の配置方法

節点の配置は, (1)節点数の決定, (2)節点座標の決定, という2段階で行う. x 軸方向を例として, 検討した節点の配置方法を以下に記す.

3.1 節点数の決定

領域 Ω_x に設ける区間の数(領域 Ω_x の分割数)を M_x とすると, 面の推定に利用する節点数は $M_x + 7$ となる. 本研究では, 領域 Ω_x の分割数を次式で求める:

$$M_x = \begin{cases} 15 & (N_x < 60) \\ \text{int}\{(N_x - 1)/4\} + 1 & (60 \leq N_x < 800) \\ 200 & (800 \leq N_x) \end{cases}$$

ここで, N_x は測定データの x 座標のうち, 重複しない座標(以下, 基準座標)の個数である.

3.2 節点座標の決定

$M_x + 7$ 点の節点座標を $s_i (i = -3, -2, \dots, M_x + 3)$ とする. s_0, s_{M_x} は領域 Ω_x の端点の座標であり, それぞれ $s_0 = x_{\min}, s_{M_x} = x_{\max}$ である. また, $s_i (i < 0, M_x < i)$ は領域 Ω_x 外の座標であり, 次式により求める:

$$s_i = \begin{cases} s_0 + i \times (s_1 - s_0) & (i = -1, -2, -3) \\ s_{M_x} + (i - M_x) \times (s_{M_x} - s_{M_x-1}) & (i = M_x + 1, M_x + 2, M_x + 3) \end{cases}$$

本研究では, 領域 Ω_x 内に配置する上記以外の $M_x - 1$ 点の節点座標 $s_i (i = 1, 2, \dots, M_x - 1)$ の決定方法として, 以下の4種類を検討した.

方法1: 等間隔に配置する方法

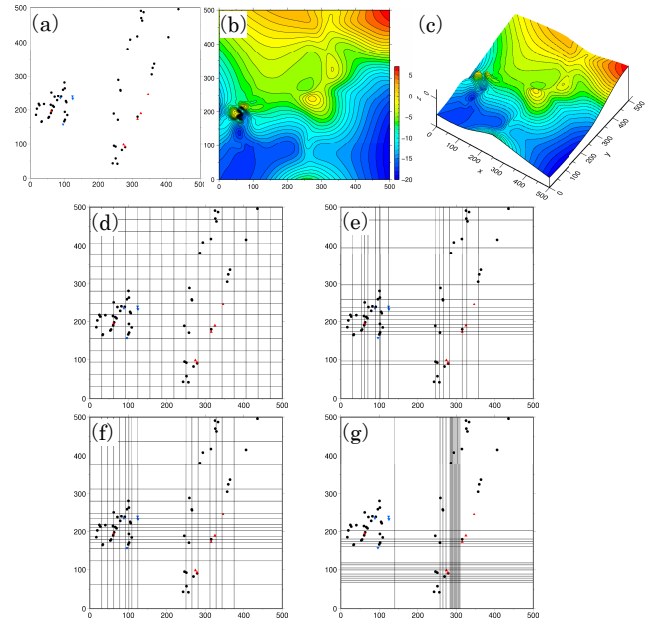
野々垣ほか(2008)と同様に, 領域 Ω_x を M_x 等分するように, 節点を配置する方法である. 節点は領域 Ω_x の内外を問わず, 全て等間隔に並ぶ(第2図(a)).

方法2: 各区間の基準座標の個数を均等にする方法

各区間に存在する基準座標の個数が, できる限り均等になるように, 節点を配置する方法である. 各区間に存在する基準座標の個数は, おおよそ(基準座標の総個数 N_x) / (領域 Ω_x の分割数 M_x)となる(第2図(b)).

方法3: 基準座標の個数の大きい区間を2分割する方法

$s_0, s_{M_x}, (s_0 + s_{M_x})/2$ の3点を設けた後, 区間内に存在



第4図 偏在する等式-不等式標高データを用いた計算例.(a)データ分布(データ数:64), (b)最適面の平面図, (c)最適面の立体図, (d)方法1による節点配置, (e)方法2による節点配置, (f)方法3による節点配置, (g)方法4による節点配置.(c)~(d)では, 格子線の位置が節点の位置を表す.

する基準座標の個数が大きい区間に, 新しい節点を追加していく方法である. 追加する節点の座標は, 該当区間の中央の座標とする(第2図(c)).

方法4: 測定データの分散を利用する方法

一定範囲ごとに標高値や傾斜値(1次偏微分係数)の分散を計算した結果を基にして, x 軸方向や y 軸方向それぞれからみて分散が大きい箇所を特定し, 該当箇所により多くの節点を配置する方法である(第3図).

4. 結果

上述のアルゴリズムに基づいてプログラムを作成した. また, 各手法の性能を評価するために, テストデータによる推定計算を行った. 方法1および方法2を用いた結果は, いずれも相対的に高い推定精度を示した. 特に, 方法2は測定データが偏在する場合に, 高い推定精度を示した. 方法4を用いた結果は, いずれも低い推定精度を示した. 第4図に, 偏在する等式-不等式標高データを用いた推定計算で得られた, 最適面および節点配置図を示す.

5. おわりに

方法1~3では水平方向のデータ分布を考慮するのに対し, 方法4では鉛直方向のデータ分布を考慮する. 今後, 水平・鉛直の両方向のデータ分布を考慮した節点配置方法を検討することが望ましいと考える. 本研究はJSPS科研費16K21677の助成を受けたものである.

文 献

- de Boor, C. (1972) On calculating with B-splines. *J. Approximation Theory*, vol.6, pp.50-60.
 Cox, M. G. (1972) The numerical evaluation of B-splines. *J. Inst. Math. Appl.*, vol.10, pp.134-149.
 野々垣進・升本真二・塩野清治 (2008) 3次B-スプラインを用いた地質境界面の推定. *情報地質*, vol.19, no.2, pp.61-77.
 野々垣進・升本真二・根本達也 (2015) 不等間隔節点に基づく双3次B-スプラインを用いた地質境界面推定. *情報地質*, vol.26, no.2, pp.62-63.