

修正 Berggren 式を用いた凍結深さの解析 —Kersten(1949)式を(1948)式と間違えたことによる結果—

高見雅三*

Analysis of frost depth using modified Berggren formula - Result caused by mistaking Kersten(1949) for (1948) formula-

Masao Takami*

* (株)開発工営社 (道総研フェロー) KAIHATSU KOEI Co.,Ltd. (HRO Fellow) 13F ASTY45 Bldg., 5-1, Kita 4-jo nishi, Chuo-ku, Sapporo Hokkaido, 060-0004, Japan. E-mail:m:465_takami@kai-koei.co.jp

キーワード: 凍結深さ, ケルステン式, 修正ベルグレン式, 熱伝導率

Key words: Frost depth, Kersten formula, Modified Berggren formula, Thermal conductivity

1. はじめに

凍結深さを求める方法としては, 高見(2006)で報告した修正 Berggren (別名 Aldrich, 1956) 式が一般的に用いられる。その際, 熱伝導率を求めるには, 実験式から求めた Kersten 式が用いられる。Kersten は土の種類をシルト・粘土と砂質土に 2 分し, それぞれに未凍結と凍結の熱伝導率を求める式を 1948 年に報告した。

その後, Kersten(1952)は Kersten(1948)で発表した凍結時の熱伝導率式に誤りがあり, Kersten(1949)式に修正したと公表した。しかし, 日本ではそのことに気づかず土質工学会(1982)や日本道路協会(1987)などで Kersten(1948)式が掲載された。また, 多くの論文や報告書で Kersten(1948)式が利用された。その後, 土質工学会(1982)の改訂版となる土質工学会(1994)では Kersten(1948)を Kersten(1949)式に修正したにも関わらず, 日本道路協会(2009)や地盤工学会(2009)は, 誤って Kersten(1948)式を用いた。

ここでは, 改めて Kersten(1949)式とそれによる一般的な道路材料の熱定数表を示すとともに, Kersten(1948)式と Kersten(1949)式ではどのぐらいの凍結深さに差が生じるのかについて報告する。

2. 熱定数

2.1 熱伝導式の計算 (Kersten(1949)式の熱伝導率式)

Kersten 式は, 0.05mm より細かい粒子が 50%未満の土を砂質土, 0.05mm より細かい粒子が 50%以上の土を粘土質土と定義し, それぞれに未凍結・凍結時における熱伝導率式を示した。Kersten 式は飽和度が 90%以上の凍結細粒度には良い結果を示すが熱伝導率に大きな影響を与える石英量が多く含まれる場合と少ない場合の粗粒粘土には適さないことが知られている(土質工学会, 1994)。

SI 単位系で熱伝導率を求める Kersten(1949)式は,

○粘土質土

$$\text{未凍結: } \lambda_u = 0.1442053 \times (0.9 \times \log_{10} w - 0.2) \times 10^{0.62428 \rho_d} \quad (1)$$

$$\text{凍結: } \lambda_f = 0.1442053 \times (0.01 \times 10^{1.37342 \rho_d} + 0.085w \times 10^{0.49942 \rho_d}) \quad (2)$$

$$\text{未凍結: } \lambda_u = 0.1442053 \times (0.7 \log_{10} w + 0.4) \times 10^{0.62428 \rho_d} \quad (3)$$

○砂質土

$$\text{凍結: } \lambda_f = 0.1442053 \times (0.076 \times 10^{0.81156 \rho_d} + 0.032w \times 10^{0.91145 \rho_d}) \quad (4)$$

で示される。

Aldrich (1956)は, 土の熱伝導率 λ を凍結時・未凍結時の平均値として求めた。

$$\lambda = \frac{\lambda_u + \lambda_f}{2} \quad (5)$$

ここで, λ_u , λ_f : 未凍結土, 凍結土の熱伝導率 (W/m・K)

w : 含水比 (%)

ρ_d : 乾燥密度 (g/cm³)

砂質土 : 0.05mm より細かい粒子が 50%未満の土

粘土質土 : 0.05mm より細かい粒子が 50%以上の土

なお, 予備的な調査に用いる一般的な土の熱伝導率は, 約 1.67 W/(m・K)(土質工学会, 1994)で, また, 押出し発泡ポリスチレンのような断熱材の熱伝導率は, 一般に 0.028 ~ 0.040 W/(m・K) が用いられる (土質工学会, 2006)

2.2 凍結潜熱の計算

0°C の氷 1g を凍結させるのに必要な凍結熱は 79.7 cal=80cal である。土の単位体積当たりの凍結潜熱 L は, 次式から求められる。

これらの式に基づいて, 熱定数を求めると以下の通りとなる。

$$L = 80 \cdot \frac{w}{100} \cdot \rho_d \quad (\text{cal/cm}^3)$$

$$= 80 \times 4.186 \times 10^6 \cdot \frac{w}{100} \cdot \rho_d \quad (6)$$

w : 含水比 (%)

ρ_d : 乾燥密度 (g/cm³)

2.3 熱定数表

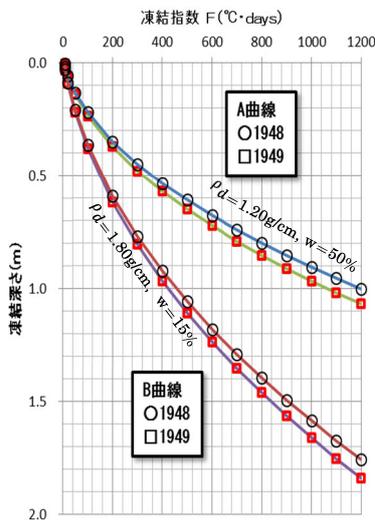
熊谷・有田(1985)が示した各材料の熱定数表を SI 系に変換し、熱伝導率には Kersten(1949)式を用い、高見(2006)で報告した方法を用いて一般的な熱定数を表 1 に示す。なお、熱容量と融解潜熱の M の単位は 10⁶ を示す。

表 1 各材料の一般的な熱定数表

材 料 名	材 料 名			熱 定 数		
	乾燥密度	湿潤密度	含水比	熱伝導率	熱容量	融解潜熱
	ρ_d (g/cm ³)	ρ_t (g/cm ³)	w (%)	K (W/m ² ·K)	Q (MJ/m ³ ·K)	L (MJ/m ³)
押出し発砲ポリスチレン				0.033	0.0013	0
アスファルトコンクリート				1.448	1.8753	0
セメントコンクリート				0.938	2.0093	0
切込砕石	2.00	2.10	5	2.133	1.737	33.5
切込砂利	2.00	2.14	7	2.571	1.863	46.9
砂	1.65	1.90	15	2.168	1.951	82.9
凍上性 細粒火山灰	0.95	1.43	50	1.304	2.167	159.1
平均的火山灰	1.20	1.51	26	1.358	1.833	104.5
粗粒火山灰	1.35	1.57	16.5	1.344	1.660	74.6
粘性土	1.15	1.73	50	1.678	2.624	192.6
普通土	1.425	1.95	37	1.910	2.669	176.6
凍上性 軟弱土	0.90	1.53	70	1.604	2.618	211.0
A曲線 (土)	1.20	1.80	50	1.788	2.738	200.9
B曲線 (粗粒)	1.80	2.07	15	2.843	2.129	90.4

3. Kersten(1948)式と(1949)式の誤差

代表的な例として、凍結する A 曲線と凍結しない B 曲線について Kersten(1948)式と(1949)式の凍結深さの差について以下に示す。



第 1 図 凍結指数と凍結深さの関係(Kersten(1948)式と(1949)式の違いによる凍結深さの差)

A 曲線：凍上を起こしやすい細粒土
B 曲線：凍上を起こしにくい粗粒土

第 1 図に、Kersten(1948)式と Kersten(1949)式を用いて、高見(2006)で発表した方法で計算した結果を示す。なお、参考にした A 曲線は凍上を起こしやすい細粒土で、B 曲線は凍上を起こしにくい粗粒土の結果を示す。

結果的に、凍結深さは Kersten (1949)の方が Kersten

(1948)より深い結果を示す。第 1 図に示す F=1000°C・days を例にとると、A 曲線では、Kersten(1948)式に比べて約 6cm、B 曲線では約 8cm 深く解析されることが判明した。

4. おわりに

日本道路協会(2009)などは、誤って Kersten(1948)式を用いた。道南のように凍結指数の小さな地域では第 1 図に示したように、両式による差は少なく凍上対策設計上では問題にはならない。しかし、道東のように凍結指数が大きな地域では両式による差は大きく、凍上対策設計上より凍結が深くなるため、凍害が発生してしまう危険性がある。また、一般には近接する AMeDAS の気温データを使って、凍結指数を求めることが多いが、AMeDAS の観測点よりも標高が 200m 以上高い地点で、凍結期間が 100 日を超えるような地域は、AMeDAS の気温データから求めた凍結指数よりも 200°C・days 以上大きくなることになる。

このため、近接する AMeDAS の気温データに基づいた凍上対策設計を施しても凍害が発生する可能性がある。外気温度が低い地域でかつ標高が高い地点では、凍害をできるだけ発生させないためには、安全性の観点から近接する AMeDAS の気温データを用いず、できるだけ現地での気温観測が必要不可欠と考える。

現在、日本道路協会(2009)の改訂版が出版される情報は入手していないが、今後、改訂版を出版させる場合には、Kersten(1949)式を採用するとともに、外気温度が低く標高が高い地域では近接する AMeDAS の気温データではなく、現地観測を行うことが望ましいと追記されることを望む。

5. 謝辞

Kersten(1948)式と Kersten(1949)式の間違いについてご指摘頂きました山口大学大学院創成科学研究科の中島伸一郎教授にはこの場を借りてお礼申し上げます。

文 献

熊谷茂樹・有田政博(1985)：マイクロコンピュータによる凍結深さ推定プログラムについて，土木試験月報，no.380，pp.25-30。
Aldrich,H.P.(1956)Frost penetration below highway and airfield pavements, *Highway Research Board* Washinton,D.C.,Bulletin 135,pp124-149。
熊谷・有田(1985)
Kersten,M.S.(1948)The thermal conductivity of soils. *Highway Research Board*, Proceedings. No.28,pp91-92。
Kersten,M.S.(1949)Thermal properties of soils. (Engineering experiment station : bulletin / Samuel C. Lind, director, no. 28) University of Minnesota,pp91-92。
Kersten,M.S.(1952)Thermal properties soils., Frost action in soils symposium, Proceedings, *Highway Research Board Special report*, No.2 ,pp161-166。
土質工学会(1982)土質基礎工学ライブラリー23 土の凍結-その理論と応用-。土質工学会，pp.108。
土質工学会(1994)土質基礎工学ライブラリー23 土の凍結-その理論と実際-第一回改訂版。土質工学会，pp.34-35。
地盤工学会(2009)寒冷地地盤工学-凍上被害とその対策-。地盤工学会北海道支部,pp.35。
高見雅三(2006)excel/VBA による凍結深さの推定について-修正 Berggren 式を用いた場合-。情報地質 ,vol17, no.2,pp141-145。
日本道路協会(1987)道路土工 排水溝指針。丸善,pp.388。
日本道路協会(2009)道路土工要綱(平成 21 年度版)。丸善,pp.388。